

岩石失稳破裂的综合刚度和综合能量准则

潘岳, 王志强, 李爱武

(青岛理工大学 土木工程学院, 青岛 266520)

摘要: Cook 刚度准则考虑了试验机内弹性应变能释放对岩石试样失稳破裂的影响, 基于弹性能指数和冲击能指数的剩余能量法考虑了岩石内贮存的弹性能对岩样失稳破裂的影响。鉴于岩样失稳破裂时试验机和岩石内都有弹性能释放, 建议将两者结合, 综合考虑试验机和岩石内贮存的弹性能释放对岩样失稳破裂的效应, 称之为岩石失稳破裂的综合刚度和综合能量准则, 可以更为合理地确定岩石失稳破裂起始点、终止点位置、给出岩石失稳破裂时试验机-岩样系统 (或一般岩体系统) 的弹性能释放量计算关系, 并可以用几何形式表示这些关系。

关键词: 岩石; 失稳破裂; 弹性能释放; 判别法

中图分类号: TD 324⁺.1

文献标识码: A

Comprehensive rigidity and comprehensive energy criterion of the rock burst

PAN Yue, WANG Zhi-qiang, Li Ai-wu

(College of Civil Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266520, China)

Abstract: In Cook rigidity criterion, it is taken into account that the release of the elastic strain energy in test machine will affect the burst of the rock sample. On the other hand, the residual energy method based on the elastic energy exponent and the impact energy exponent takes the influence into account that the elastic energy stored in the rock acts on the burst of the rock sample. In view of the fact that the test machine and the rock interior releases the elastic energy respectively with the burst of the rock sample, it is suggested that both sides be combined, i.e. the influence exerted on the burst of the rock sample through the elastic energy releasing between the test machine and the rock interior be considered comprehensively, it is so-called the comprehensive rigidity and comprehensive energy criterion of the burst of rock. This can determine the position of starting point and end point of the burst of rock more reasonably, give the calculation relationship of the elastic energy releasing amount of the test machine-rock sample system (i.e. the general rock body system) with the burst of rock, and can express these relationships through geometry form.

Key words: rock; burst; elastic energy release; criterion

1 引言

岩石试样在普通试验机上加载过程中, 由于岩石材料的峰后软化特性, 会导致试验机内弹性能于瞬间释放, 进而促成岩样以脆性形式破裂。这种非刚性加载导致岩样失稳破裂的机制, 对于地震、剧动式滑坡和由于人工开挖引发的矿山中的矿震、冲击地压、岩爆、煤岩突出等岩体系统突发性动力失稳的研究, 具有重要意义, 且一直受到有关各界的关注, 其中岩石失稳破裂起始点位置以及失稳时系统弹性能释放量计算关系是理论上要妥当解决的问题。

2 普通试验机-岩样系统的力学模型

在对岩样加载的同时, 试验机机身也在发生变形, 机身处于弹性状态, 在普通试验机-岩样共同作用系统中机身的作用相当于一个刚度为 k_m 的弹簧, 试验机压头和岩样间的作用力 $f(u)$ 与反作用力 N 是系统内力, 故有 $N = f(u)$; 试验机油缸活塞端面上的油压力 P 则是系统外力。如此可得普通试验机-岩样系统的力学模型如图 1, 其中 u 为岩样形变 (或岩样上端位移), a 为使岩样产生形变时力 P 作用端的位移, 由此可得机身或弹簧 k_m 的形变为

$$u_m = a - u \quad (1)$$

弹簧轴向力 N 与其形变 u_m 的关系:

$$N = k_m u_m \quad (2)$$

在岩样作准静态形变时, 图 1 中的弹簧轴向力 N 、形变 u_m , 岩样的承载力 $f(u)$ 及系统外力 P 之间关系为

$$P = N = k_m u_m = f(u) \quad (3)$$

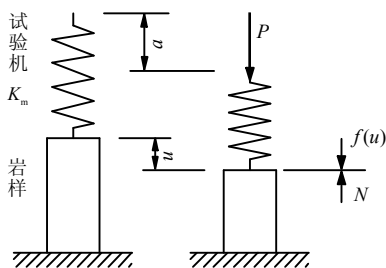


图 1 试验机-岩样系统的力学模型

Fig.1 Mechanics model of test machine-rock sample system

在图 2 中, 试验机的荷载-形变关系为从原点出发斜率 $\tan \alpha = k_m$ 的半直线 om , 岩样的荷载-形变关系 $f(u)$ 为峰后具有拐点 t 的软化段的曲线。

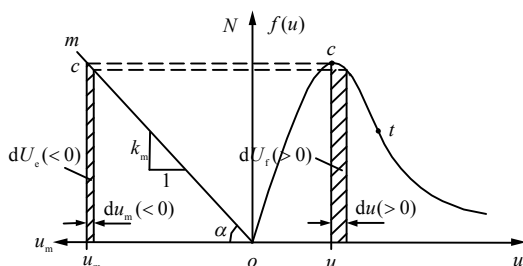


图 2 试验机和岩样的荷载-形变关系

Fig.2 Load-deformation relationship of test machine and rock sample

3 岩样失稳破裂的 Cook 刚度准则

Cook (1965 年)^[1]经过试验和分析后提出岩样失稳破裂的条件是:

$$k_m < -f'(u_t) \quad (4)$$

而失稳破裂发生在

$$f'(u_j) + k_m = 0 \quad (5)$$

的 u_j 之处。其中 $f'(u_t)$ 为曲线峰后软化段拐点 t 的斜率; j 为曲线软化段上岩样失稳破裂的起始点, $f'(u_j)$ 为曲线 j 点处的斜率。式 (1), (2) 被称为

Cook 刚度准则。

图 2 中曲边梯形 $ou_c c$ 的面积为岩样形变到 u_c 时已吸收的能量 U_f , $\Delta ou_m c$ 的面积为相应的试验机所蓄的弹性应变能 U_e 。在 $f(u)$ 曲线峰后软化段岩样有形变增量 $du(>0)$ 时, 由于内部裂纹扩展要吸收或消耗能量 $dU_f = f(u)du(>0)$; 试验机作相应卸载 $du_m(<0)$, 要释放应变能 $dU_e = Ndu_m(<0)$ 。当 $-du_m < du$ 时, $-Ndu_m < f(u)du$ 或 $-dU_e < dU_f$, 即机身释放的能量小于使岩样形变 du 所提供的能量, 故需要外力做功 $dW = Pda(>0)$ 补充能量, 才能使岩样继续形变。

在岩样的非线性软化特性较强的情况下, $f(u)$ 曲线峰后软化段 j 点起始的单位形变中, 试验机释放的能量 dU_e 会大于使岩样破裂消耗的能量 dU_f , 即 $-Ndu_m > f(u)du$, 如图 3 所示。这一关系一直保持到曲线软化段拐点 t 下方的 s 点为止。在 (u_j, u_s) 阶段试验机机身释放的超过岩样破裂所消耗的能量部分将转变为动能, 造成系统动力失稳。

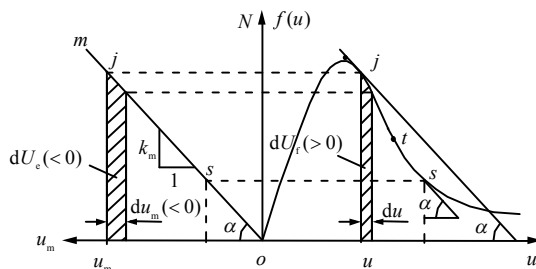


图 3 微小形变时的岩样与试验机的能量变化关系

Fig.3 Energy changes relationship of test machine and rock sample with tiny deformation

$f(u)$ 曲线软化段拐点 t 处最陡, 岩爆有强弱, 但只要 $-N_t du_m > f(u_t) du_t$ 就会发生岩爆, 由此可从 $-N_t du_m > f(u_t) du_t$ 或者

$$-du_m > du_t \quad (6)$$

来求得岩样失稳破裂条件; 从 $-N_j du_{mj} = f(u_j) du_j$ 或者

$$-du_{mj} = du_j \quad (7)$$

求得岩样失稳破裂点 j 的位置。

将式 (2) 代入式 (6), 再利用式 (3) $N_t = f(u_t)$, 可得到岩样失稳破裂条件 $k_m < -f'(u_t)$, 将式 (2) 代入式 (7), 再利用式 (3) $N_j = f(u_j)$, 可得到岩样失稳破裂点处的形变 u_j 满足关系式 $f'(u_j) + k_m = 0$, 也即再度导出了 Cook 刚度准则式 (4)、(5)。由此看到岩石失稳破裂的 Cook 刚度准则实际是由

的情况下,会导致 $F \leq 1/(R-1)$,从而 $W_r \leq 0$,也即岩样在峰值前储存的弹性应变能小于或等于峰后渐进破裂所消耗的能量,没有剩余能量,也就没有岩爆发生。

5 剩余能量法的有效性分析

冲击能指数 R 、弹性能指数 F 及由它们得到的剩余能量 W_r 可一般性地用于矿山岩爆倾向的综合预测,但要用于岩体失稳破裂的量化计算,尚须对以下两点作进一步考察。

(1) 从式(3)~(7)看到,冲击能指数 $R = W_c/W_p$ 、弹性能指数 $F = \Phi_{sp}/\Phi_{st}$ 和剩余能量 W_r 中的 W_c 、 W_p 、 Φ_{sp} 和 Φ_{st} 都是以岩样应力-应变曲线峰值为界的积分值。因此,用剩余能量 W_r 去估算岩样失稳破裂强度或岩爆时的弹性能释放量,就必定是认为岩样失稳破裂发生在其应力-应变余曲线的峰值点 c 处。

(2) 计算冲击能指数 $R = W_c/W_p$ 要用到 W_p ,而式(3)中 W_p 的积分上限 ε_d 或者应力-应变全曲线上岩样失稳破裂终止点 d 的位置,是根据何种规则确定的?

不同岩样的岩爆强度或系统失稳时试验机释放的能量有强有弱,对于坚硬性各异的系列岩样中,岩爆强度越大者,失稳起始点离应力-应变曲线峰值点 c 越近;岩爆强度越小者,失稳起始点离应力-应变曲线峰值点 c 越远;对于岩爆强度很小而接近以渐进(缓慢)形式破裂的岩样,其失稳起始点接近于应力-应变曲线软化段拐点 t 处,而绝不会发生在峰值点 c 处的。Cook^[1]与文献[2-7]的研究者早已认识到这一点。图6是唐春安^[6]在普通WE600试验机上用光电位移传感器和微机高速采样技术测得的,对 $\phi 38 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}$ 的大理岩试样单轴压缩失稳破裂的荷载-形变关系,采样程序编制使得在失稳破裂阶段微机自动转入快采样,其他阶段微机自动慢采样;图7是C. A. Tang和X. H. Xu^[11]在同样测试系统上测得的花岗岩小试样作单轴压缩失稳破裂的 $f(u)-t$ 、 $u-t$ 时程曲线。从图6、图7看到,岩样失稳破裂起始点 j 的位置并不位于其荷载-形变曲线的峰值点 c ,而是位于曲线峰后软化段上拐点 t 之上的某一点处。这一点在前文式(5)中已经说明,岩样失稳破裂起始点 j 的位置由围岩(或加载装置)的刚度与过应力岩体(或岩样)软化特性共同确定。同样,岩样失稳破裂终止点 d 的位置也由围岩(或加载装置)的刚度与过应力岩体(或岩样)软化特性共同确定,而不是随意确定的。

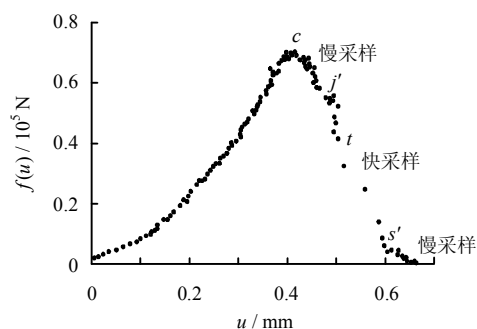


图6 大理岩试样失稳破裂时的荷载-形变关系^[6]
Fig.6 Load-deformation relationship of marble sample with destabilization failure

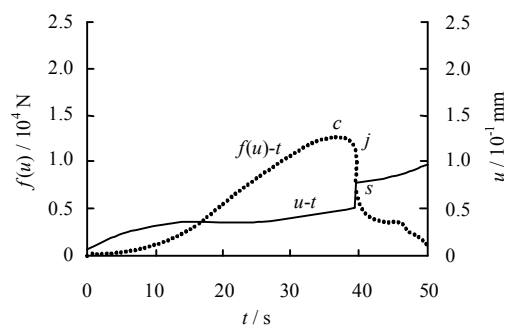


图7 花岗岩试样失稳破裂时的 $f(\text{荷载})-t$ 、 $u(\text{形变})-t$ 关系^[11]
Fig.7 $f(\text{load})-t$ and $u(\text{deformation})-t$ relationships of granite sample with destabilization failure

6 岩石失稳破裂的综合刚度与综合能量准则

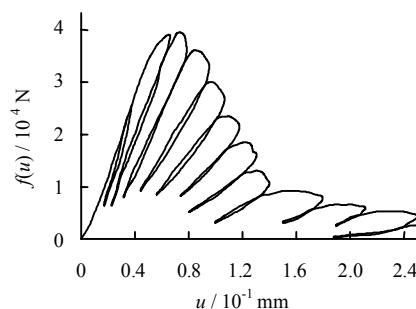


图8 岩样循环加卸载时的荷载-形变特性^[12]
Fig.8 Load-deformation character of rock sample with load-unload circulating

图8为大理岩试样单轴循环加卸载时的荷载-形变关系,从图中看出,岩样峰后加卸载的弹模 $\bar{E}$ 小于峰前加卸载的弹模,并且 $\bar{E}$ 随岩样形变 u 的增大持续减小趋势;同时可以看出峰后卸载时,岩样释放的弹性能即三角形面积随岩样形变 u 的增大而持续减小,即与试验机有类似的在岩样峰后形变增大过程中持续释放弹性能的性质。由于岩样失稳

破裂发生在 $f(u)$ 曲线峰值点 c 与软化段上拐点 t 之间的某一点处, 从图 9 看到, 可以用 $\tan \beta \approx \sigma_c / \varepsilon_c$ 来近似表示 $\tilde{E}$, 即令

$$\tilde{E} \approx \tan \beta \approx \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} \quad (16)$$

由材料力学和式 (16), 岩样峰后加卸载产生单位形变的线刚度为

$$\tilde{k} = \frac{\tilde{E}A}{L} \quad (17)$$

式中: A , L 为岩样的横截面积和高的原始尺寸。

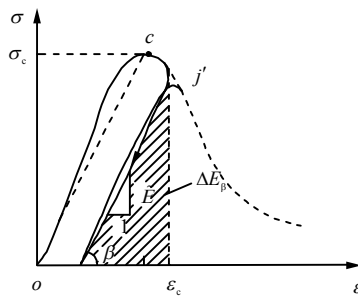


图 9 岩样峰后卸载弹性能释放量
Fig.9 Elastic energy releasing amount with unload of rock sample after peak value

图 9 中阴影区面积为岩样峰后卸载时释放的弹性能, 将记其为 ΔE_β 。设失稳破裂起始点和终止点岩样和试验机的轴力分别为 $N_{j'} = f(u_{j'})$ 和 $N_{s'} = f(u_{s'})$, 则 $f(u_{j'})$ 到 $f(u_{s'})$, 岩样峰后卸载释放的弹性能表示为 $\Delta E_\beta = (f_{j'}^2 - f_{s'}^2) / 2\tilde{k}$; 试验机的刚度为 k_m , 则从 $N_{j'}$ 到 $N_{s'}$ 试验机释放的弹性能为 $\Delta E_m = (N_{j'}^2 - N_{s'}^2) / 2k_m$ (在 2.1 节中已述及, 由于是释放能量, $\Delta E_\beta < 0$, $\Delta E_m < 0$), 而试验机释放的弹性能和岩样峰后卸载释放的弹性能之和可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta E_m + \Delta E_\beta &= -\frac{N_{j'}^2 - N_{s'}^2}{2k_m} - \frac{f_{j'}^2 - f_{s'}^2}{2\tilde{k}} = \\ &= -\frac{N_{j'}^2 - N_{s'}^2}{2} \left(\frac{1}{k_m} + \frac{1}{\tilde{k}} \right) = -\frac{N_{j'}^2 - N_{s'}^2}{2k'} \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_m} + \frac{1}{\tilde{k}}, \text{ 或者 } k' = \frac{k_m \tilde{k}}{k_m + \tilde{k}} \quad (19)$$

以上两式的运算表明, 岩样峰后卸载释放的弹性能 ΔE_β 和试验机释放的弹性能 ΔE_m 对岩样的作用相当一对串联弹簧的作用效应, 而这对串联弹簧可用

一个弹簧去等效。这个等效弹簧的刚度 k' 与 k_m 及 $\tilde{k}$ 关系如式 (19)。

类似于式 (4), (5), 可将同时计入峰后弹性能释放的岩样失稳条件用等效弹簧刚度 k' 写出为

$$k' < -f'(u_t) \quad (20)$$

而失稳破裂发生在

$$f'(u_{j'}) + k' = 0 \quad (21)$$

之处。将斜率为 k' 的半直线 om' 与岩样荷载-形变关系 $f(u)$ 曲线绘出如图 10。容易验证, 式 (19) 中的 $k' < k_m$, $k' < \tilde{k}$, 也即图 10 中半直线 om' 的斜率 $\tan \alpha' = k'$ 小于图 4 中半直线 om 的斜率 $\tan \alpha = k_m$, 这使得岩样失稳破裂起始点的位置 j' 往峰值点 c 处靠近, 即有 $u_{j'} < u_j$, 而失稳终止点 s' 位于图 4 中 s 点下方, 即有 $u_{s'} > u_s$ 。

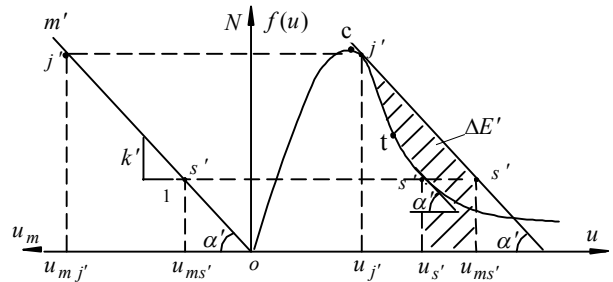


图 10 试验机与岩样共同释放弹性能
Fig.10 Elastic energy released by test machine and rock sample jointly

图 10 纵轴左侧从 $u_{m'}$ 到 $u_{ms'}$, 试验机与岩样释放的全部弹性能为直角梯形面积 $j'u_{m'}u_{ms'}s'j'$; 纵轴右侧从 $u_{j'}$ 点到 $u_{s'}$ 点, 岩样破裂消耗的能量为曲边梯形面积 $j'u_{j'}u_{s'}s'j'$ 。将面积 $j'u_{m'}u_{ms'}s'j'$ 平移到纵轴右侧的 j' 点减去面积 $j'u_{j'}u_{s'}s'j'$ 后得到的阴影区面积 $\Delta E'$, 即为岩样失稳破裂时试验机与岩样共同释放的超过岩样破裂消耗能量之后的应变能部分。图 4 中阴影区面积 ΔE 为仅由试验机释放的超过岩样破裂消耗能量之后的应变能部分。由于已计入峰后岩样弹性能释放量, 图 10 中的阴影区面积 $\Delta E'$ 要大于图 4 中的阴影区面积 ΔE 。

按式 (15) 计算的剩余能量 W_r 可能小于 0, 但岩样的弹性能释放量总是有 $|\Delta E_\beta| > 0$ 的关系, ΔE_β 总是能与试验机释放的弹性能 ΔE_m 一起共同促成岩样的动力破碎和试验机振动, 激起地震波, 并通过试验机基础向四周传播。

由式 (18), $\Delta E'$ 的解析表达式可写为

$$\Delta E' = \Delta E_m + \Delta E_\beta + \int_{u_j}^{u_{s'}} f(u) \delta u = - \left[\frac{1}{2k'} (N_{j'}^2 - N_{s'}^2) - \int_{u_j}^{u_{s'}} f(u) \delta u \right] (< 0) \quad (22)$$

$\Delta E' < 0$ 是因为释放能量。式中失稳破裂终止点 s' 处的形变 $u_{s'}$ 满足关系式:

$$f'(u_{s'}) + k' = 0 \quad (23)$$

式 (19) ~ (21) 称为岩样失稳破裂的综合刚度与综合能量准则, 在满足式 (20) 的条件下, 用式 (21) 确定岩样失稳破裂起始点位置, 用式 (22) 为计算系统弹性能释放量。

7 结 论

(1) Cook 刚度准则正确反映了岩样峰后形变卸载试验机弹性能释放对岩样失稳破裂的影响, 但没有考虑岩样峰后弹性应变能释放对其失稳破裂的影响。

(2) 冲击能指数 $R = W_c/W_p$ 、弹性能指数 $F = \Phi_{sp}/\Phi_{st}$ 可一般性地用于矿山岩爆倾向的综合预测。由于 R 、 F 中的 W_c 、 W_p 、 Φ_{sp} 和 Φ_{st} 都是以岩样应力-应变曲线峰值为界的积分值, 基于弹性能指数和冲击能指数的剩余能量法认为岩爆发生在岩样应力-应变曲线峰值点处。试验结果表明, 岩样失稳破裂不是发生在应力峰值点, 而是发生在峰后软化段的某一点处 (对于强度稍弱或较弱的岩爆更容易观察到这样的失稳点位置), 加之没有考虑试验机弹性能释放的影响, 这使得剩余能量法用于计算岩样失稳破裂动力效应的有效性受质疑。

(3) 鉴于岩样峰后破裂时试验机和岩石内都有弹性能释放, 应当综合考虑两者的效应, 即岩样与试验机共同释放的弹性能超过岩样以渐进形式破裂消耗的能量时会发生岩爆, 所超过的能量部分将转变为系统动能于瞬间释放而造成岩样爆裂和试验机-岩样系统振动, 称之为岩石失稳破裂的综合刚度与综合能量准则。据该准则可以更为合理地确定岩样失稳破裂起始点、终止点位置, 所计算得到岩样失稳破裂时系统的动力效应, 要大于仅计试验机释放弹性能的 Cook 失稳准则计算的动态效应, 文中以解析和图解形式对此种效应给予了描述。

(4) 试验机与岩样共同释放弹性能促成岩样失稳破裂的效应和计算方法, 经过相应运算, 可以推广应用到不同的结构与荷载形式下围岩-软化岩体系统发生岩爆和冲击地压的研究中去。

参 考 文 献

- [1] COOK N G W. The failure of rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 1965, 2(3): 389-403.
- [2] 肖树芳, 杨淑碧. 岩体力学[M]. 北京: 地震出版社, 1987.
- [3] 陈颢. 地壳岩石的力学性质[M]. 北京: 地震出版社, 1988.
- [4] 章梦涛. 冲击地压失稳理论与数值模拟计算[J]. 岩石力学与工程学报, 1987, 6(3): 197-204.
ZHANG Meng-tao. Instability theory and mathematical model for coal/rock burst[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1987, 6(3): 197-204.
- [5] 殷有泉, 张宏. 断层常内介质的软化特性和地震的非稳定模型[J]. 地震学报, 1984, 6(2): 135-145.
YIN You-quan, ZHANG Hong. The softening behavior of fault zone medium and an instability model of earthquakes[J]. **ACTA Eismologica Sinica**, 1984, 6(2): 135-145.
- [6] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.
- [7] 潘岳, 戚云松. 受压构件失稳的折迭突变模型[J]. 岩土力学, 2001, 22(3): 2751-2758.
PAN Yue, QI Yun-song. The fold catastrophe model of constitutive failure in compression post[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2001, 22(3): 271-275, 307.
- [8] 蔡美峰, 王金安, 王双红. 玲珑金矿深部开采岩体能量分析与岩爆综合预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(1): 38-42.
CAI Mei-feng, WANG Jin-an, WANG Shuang-hong. Analysis on energy and prediction of rock burst during deep mining excavation in Linglong gold mine[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2001, 20(1): 38-42.
- [9] KIDYBINSKI A. Bursting liability indices of coal[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1982, 16(1): 295-304.
- [10] 唐礼忠, 潘长良, 王文星. 用于分析岩爆倾向性的剩余能量指数[J]. 中南工业大学学报, 2002, 33(2): 129-132.
TANG Li-zhong, PA Chang-liang, WANG Een-xing. Residual energy exponent of analysis for rock to burst[J]. **Journal of Centre-south Industry University**, 2002, 33(2): 129-132.
- [11] TANG C A, XU X H. Sudden jump of deformation in unstable failure of rock[C]//Proc of the 8th int. Congress on Rock Mechanic. Tokyo: [s.n.], 1995: 197-199.
- [12] CHANG K J, YANG T W. A constitutive model for the mechanical properties of rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1982, 19(2): 123-133.